



collegio dei tecnici della industrializzazione edilizia

12° Congresso C.T.E.

Padova, 5-6-7 novembre 1998



L'IMPIEGO DEGLI ULTRASUONI PER IL CONTROLLO DELLA RESISTENZA A COMPRESSIONE SU DIVERSI TIPI DI MALTA DI CEMENTO NORMALIZZATO

GIACOMO FERRARI, CNR ICITE, Milano

SUMMARY

The present work proposes to use ultrasounds as a non-destructive method of control applied to cement mortars whose composition is quantified and defined by weight, as a preliminary tool of investigation used to minimize the manifold factors (curing conditions, composition, age, [etc].) affecting the search for the strength/velocity relationship in the definition of possible curves of reference for the characterization of mortars in types and classes of the main products of the cement industry.

The formulation of the above mentioned criterion, used to seek a relationship between the two magnitudes of velocity and strength, extended to the non-destructive control on a meaningful number of samples consisting of prismatic samples of cement mortar manufactured with different types of binder, prepared for the scopes of Service for the Control of Cements' Quality of ICITE, becomes functional if curves of correlation of type $R = KV^\alpha$ are assumed and made explicit on every representative specimen of each of the different examined cement mortar types.

According to this assumption, the interpolation of the laboratory data, ordered with the same cumulative frequency, on each specimen representing the individual type of cement mortar has allowed to establish the appropriate "K" and "α" parameters of the investigated curves of correlation, expressing the relationship between the velocity of propagation and the compressive strength of the most meaningful compositions (M1 with different type of cement) of cement mortars.

1. INTRODUZIONE

Nel descrivere il comportamento delle malte cementizie, l'approccio macro-reologico che si vuole impiegare nel presente lavoro, evidenzierà globalmente la caratterizzazione delle capacità di resistenza delle stesse malte.

Si realizzeranno le finalità del lavoro, se sarà possibile definire il comportamento

elastico e la capacità resistiva del materiale con un piccolo numero di grandezze meccaniche statisticamente variabili, in maniera tale che, tali grandezze, una volta determinate e acquisite in laboratorio, saranno utilizzate e trattate statisticamente per prevedere il comportamento globale delle malte cementizie per un gran numero di tipi e classi di differenti leganti idraulici.

Preliminarmente, in accordo con le teorie sviluppate da Lord Rayleigh (1), Poincaré (2), Timoshenko (3) ed altri, nello studio dei materiali omogenei, isotropi, ad elasticità lineare, è noto che la propagazione delle onde elastiche all'interno di un mezzo viene dedotta impostando lo studio dell'equilibrio dinamico di un cubetto elementare all'interno del corpo stesso, per giungere, da questo, alla formulazione delle equazioni di moto (4).

Nel caso di corpi monodimensionali, dove una dimensione è di gran lunga prevalente rispetto alle altre, (provini cilindrici o a forma di parallelepipedo con $H \gg D$, dove D rappresenta il diametro o la maggior dimensione della sezione trasversale del provino) il moto delle onde longitudinali, quando la lunghezza d'onda λ è superiore allo spessore dell'elemento, ha la possibilità di propagarsi in una sola direzione ed essendo trascurabile l'effetto dovuto alla contrazione trasversale, l'integrazione della equazione di moto che governa il fenomeno porta ad esprimere la velocità di propagazione delle onde longitudinali, altrimenti detta velocità principale, nella forma semplificata:

$$V_p = \sqrt{E/\rho} \quad (\text{Km/s}) \quad (1.1)$$

dove:

$$E = \text{modulo di elasticità normale (N/mm}^2\text{)} \\ \rho = \text{densità del mezzo (kg/m}^3\text{)}$$

La relazione sopra indicata è di validità generale per i corpi monodimensionali ad elasticità lineare; le precedenti considerazioni, ricavate dai legami esistenti tra la velocità principale di propagazione e le caratteristiche elastiche per mezzi omogenei ad una dimensione, hanno indotto alcuni autori a formulare per elementi in calcestruzzo o in malta cementizia, indipendentemente dalla loro forma, una relazione del tipo:

$$V^2 = K E/\rho \quad (1.2)$$

dove K è una costante che tiene conto sia del coefficiente di Poisson ν della malta o del calcestruzzo sia della forma del campione, tale tipo di relazione è stata

recepita anche in ambito normativo dalla ASTM con la norma C 597 (5).

La semplificazione introdotta, congiuntamente alla metodica di prova normalmente utilizzata nella attribuzione delle classi di resistenza ai leganti idraulici, attualmente condotta applicando le procedure di riferimento definite nella normativa UNI EN 196 - 197, ci suggerisce di correlare direttamente il valore di velocità, acquisita con il metodo ultrasonico, alla resistenza a compressione normalizzata R_c della malta cementizia, sapendo nel contempo che non esiste una relazione funzionale univoca tra le due variabili, ma il legame tra la velocità di propagazione delle onde longitudinali e la resistenza a compressione normalizzata, misurata su provini di malta cementizia, dipende da più fattori, quali: le condizioni di maturazione, le condizioni di umidità, il tipo di sabbia normalizzata secondo quanto indicato dal Comitato Europeo di Normazione TC51, il tipo e la classe di cemento utilizzato ed il rapporto acqua cemento impiegato.

Se si vuole ottenere una stima della resistenza normalizzata R_c (resistenza a compressione a 28 giorni determinata secondo la norma EN 196-1) sarà necessario stabilire delle significative curve di correlazione tra le resistenze a compressione normalizzate e la velocità longitudinale di propagazione, su dei campioni statisticamente rappresentativi dei più significativi tipi di malte cementizie definiti in rapporto alla loro composizione volumetrica secondo le indicazioni fornite dal capoverso 6 della norma UNI EN 196-1.

Relativamente all'argomento di previsione della resistenza a compressione normalizzata sulle malte cementizie, usufruendo dei dati ottenuti dalle prove di misura della velocità di propagazione degli ultrasuoni, si deve segnalare l'affermazione a carattere generale di Jones, che sinteticamente riassume gli sviluppi del metodo ultrasonico, dai suoi primi impieghi (1947) alle attuali applicazioni, con la seguente affermazione: "nonostante i risultati promettenti delle prime investigazioni si deve concludere che non esiste una relazione generale tra la velocità e la resistenza a compressione, tuttavia possono essere ottenute correlazioni di validità limitata".

Scopo del presente lavoro è di presentare i risultati interpretativi di una procedura di stima della resistenza a compressione normalizzata R_c , usufruendo della variabile indipendente velocità principale delle onde ultrasoniche acquisita su un significativo numero di provini rappresentativi di quattro

campioni statistici di malte cementizie tipologicamente definite nella loro composizione volumetrica ponderale e nella classe di resistenza.

2. IL PROGRAMMA SPERIMENTALE

Nello studio della capacità di resistenza delle malte cementizie, i primi parametri da considerare sono il tipo e la classe di cemento impiegato nella confezione degli impasti.

Essendo presenti sul mercato ben 25 differenti tipi di "cemento normale", la scelta del tipo di cemento necessario per la confezione dei provini oggetto della sperimentazione si è limitata principalmente ai due tipi maggiormente utilizzati in edilizia; questi sono:

- il tipo di cemento Portland composito (ENV 197-1 CEM II, nel seguito indicato con la sigla PTL),
- il tipo di cemento d'altoforno (ENV 197-1 CEM III, nel seguito indicato in breve con la sigla AF)

Circa le classi di resistenza associate ai tipi di cemento precedentemente scelti per la confezione delle malte di riferimento studiate e analizzate dal programma sperimentale, sono state merceologicamente individuate nelle classi 32,5, 42,5, 52,5 per il tipo Portland composito, mentre per il cemento d'altoforno si è utilizzato solamente quello di classe 32,5.

Per tutti gli impasti confezionati per la preparazione delle malte di riferimento è stata impiegata sabbia normalizzata proveniente dalla cava di Torre del Lago (Pisa) miscelata nel rapporto in massa con il cemento di 3 a 1 secondo le indicazioni del punto 6 della norma UNI EN 196 - 1, norma adottata anche per la composizione, (rapporto acqua/cemento 0,5) il dosaggio, la miscelazione delle malte, e successivamente seguita per la preparazione, la sformatura e la stagionatura in acqua dei provini, confezionati questi utilizzando gli impasti ottenuti dalle formulazioni precedentemente indicate.

Come si può dedurre dalle indicazioni sopra esposte il programma sperimentale ha considerato e fatto riferimento, per l'approntamento delle successive prove di determinazione della velocità principale delle onde ultrasoniche e specificazione della resistenza a compressione normalizzata, a quattro distinte malte cementizie, caratterizzate ponderalmente dagli stessi inerti, dagli stessi valori del rapporto acqua/cemento ($A/C = 0,5$) e singolarmente

differenziate nel tipo e nella classe di cemento impiegato nella miscela. Da tali malte, nel seguito indicate rispettivamente in forma abbreviata M1(A), M1(B), M1(C), M1(D) sono stati confezionati globalmente 365 provini prismatici delle dimensioni 40 mm x 40 mm x 160 mm. Tali provini, previa maturazione in acqua per 28 giorni, sono stati quindi utilizzati per la realizzazione delle prove di resistenza a compressione normalizzata, previo determinazione della velocità di propagazione degli impulsi ultrasonici, operando con gli ultrasuoni secondo la norma UNI 9524.

Il programma delle prove di caratterizzazione della capacità di resistenza e di determinazione della velocità principale delle onde elastiche trasmesse nei provini è stato diviso nelle quattro serie sottoriportate:

- M1(A), CEM 325 AF o ENV 197-1 CEM III 32,5, 30 provini,
- M1(B), CEM 325 PTL o ENV 197-1 CEM II 32,5, 94 provini,
- M1(C), CEM 425 PTL o ENV 197-1 CEM II 32,5, 159 provini
- M1(D), CEM 525 PTL o ENV 197-1 CEM II 32,5, 82 provini

Le misure delle velocità, nei provini di malta cementizia, sono state eseguite con uno strumento di generazione degli impulsi ultrasonici portatile che veniva calibrato ad intervalli regolari di tempo, mentre per la determinazione della resistenza a compressione normalizzata si è operato secondo la norma UNI EN 196 -1.

La tecnica impiegata per la rilevazione della velocità di propagazione degli ultrasuoni sui provini confezionati per la sperimentazione è stata quella indicata come tecnica di trasmissione diretta o altrimenti noto come metodo per trasparenza; con tale tecnica le sonde, ricevente e trasmittente, sono poste sulle facce opposte delle due basi minori del provino, in posizione tale da minimizzare la distanza fra esse. La procedura di prova utilizzata è quella più sensibile perché, in tali condizioni, le onde trasmesse sono sicuramente onde di tipo longitudinale (onde di tipo P) ed il segnale trasmesso subisce la minima attenuazione ed un'ampia percentuale dell'energia di vibrazione è captata dalla sonda ricevente.

3. INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI DELLE PROVE

I risultati numerici (V_p , R_c), ottenuti nelle singole prove del programma sperimentale sono stati considerati e trattati come dei

rappresentativi campioni statistici delle quattro rispettive tipologie di malte cementizie, M1(A), M1(B), M1(C), M1(D) scelte per ottenere una descrizione analitica dei legami più probabili tra le due grandezze fisiche resistenza a compressione normalizzata R_c e velocità principale delle onde longitudinali V_p .

Tipologia delle malte	M1(A)	M1(B)	M1(C)	M1(D)
N. provini	30	94	159	82
media	4311	4305	4405	4408
dev. standard	69,84	88,56	62,17	71,50
coeff. variaz %	1,620	2,057	1,411	1,622
val. caratter di ord 0.05	4196	4159	4303	4290
val. massimo	4430	4480	4550	4550
val. minimo	4180	4050	4190	4240

Tabella 1. Parametri statistici relativi alle prove di determinazione della velocità principale V_p (m/s) sui campioni di malta esaminati.

Tipologia delle malte	M1(A)	M1(B)	M1(C)	M1(D)
N. provini	30	94	159	82
media	418	445	549	647
dev. standard	49,49	35,02	44,12	54,81
coeff. variaz %	11,83	7,872	8,031	8,469
val. caratter di ord 0.05	337	387	476	557
val. massimo	330	520	670	780
val. minimo	520	400	480	535

Tabella 2. Parametri statistici relativi alle prove di resistenza a compressione normalizzata (daN/cm^2) sui campioni di malta esaminati.

Nelle tabelle 1 e 2 sono rispettivamente riportati, per le variabili casuali velocità principale V_p , e per la resistenza a compressione normalizzata R_c , i principali parametri statistici stimati sui campioni ottenuti dalle rispettive quattro popolazioni che per ipotesi si suppongono distribuite normalmente.

Per le singole variabili casuali V_p velocità principale di propagazione e resistenza a compressione normalizzata R_c nelle tabelle

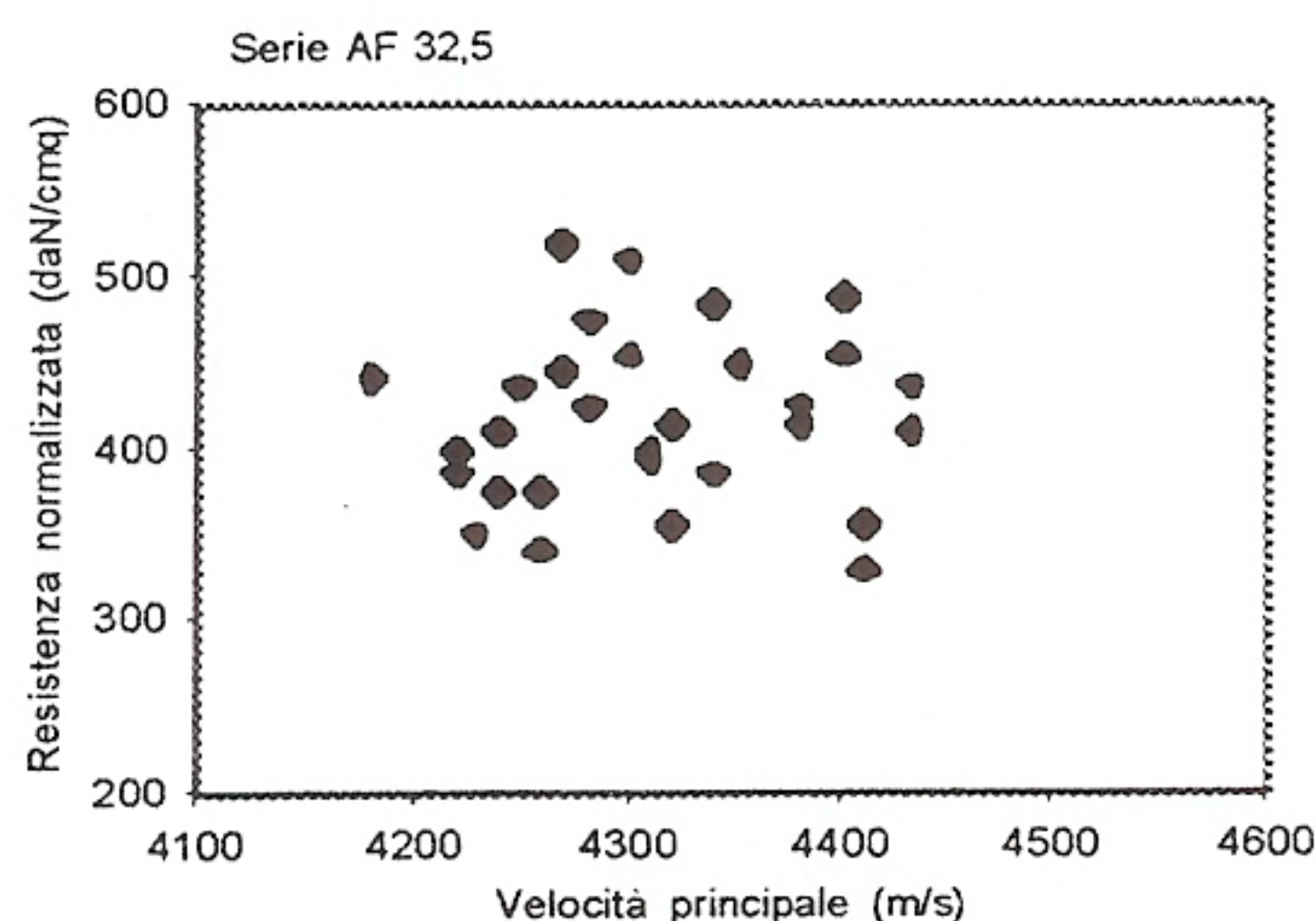


Figura 1. Malta tipo M1(A) con cemento AF 32,5 maturata 28 giorni in acqua. Diagramma a scatter dei punti originari (V_i, R_{ci}) ottenuti dai provini testati.

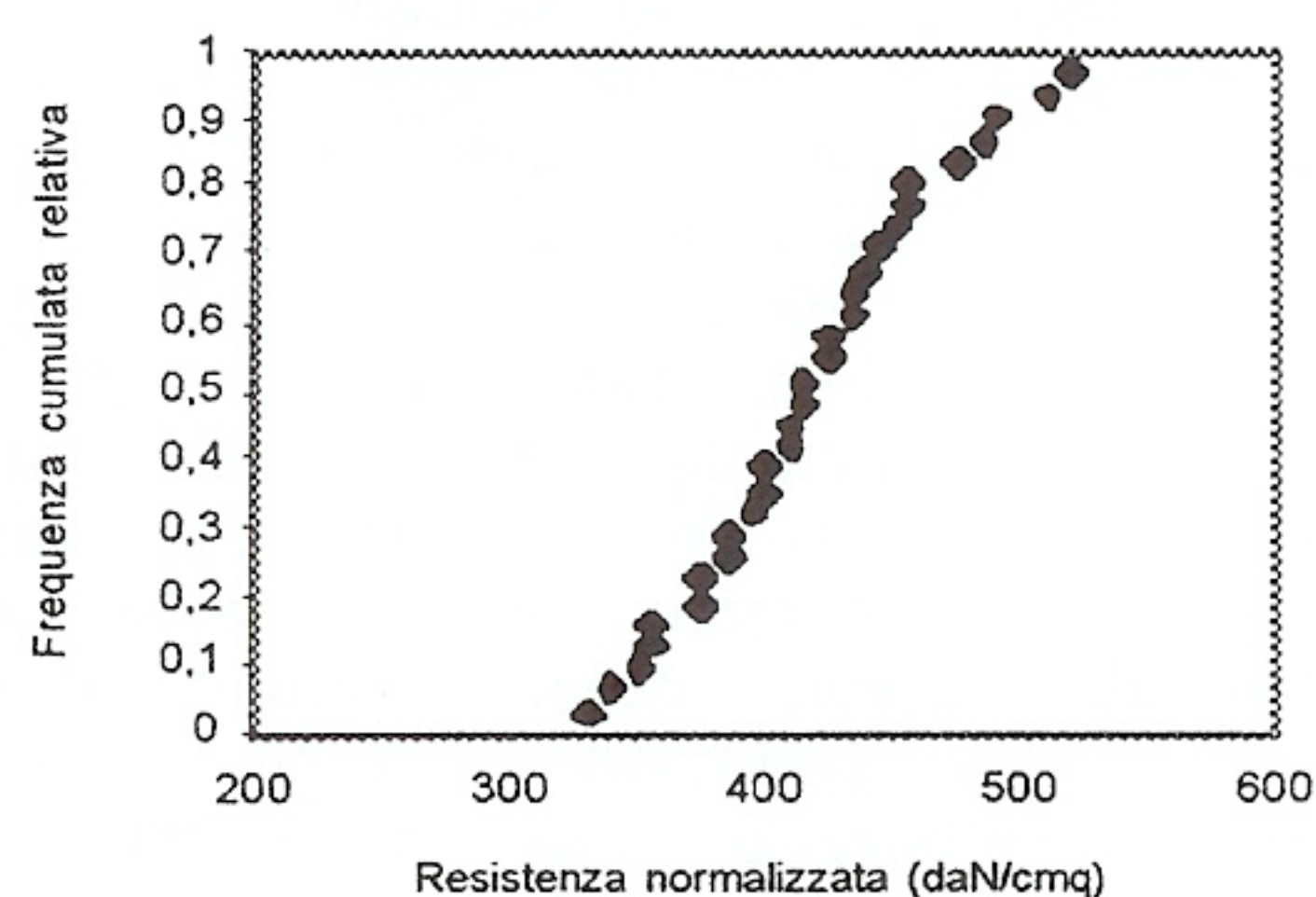


Figura 3. Malta tipo M1(A) con cemento AF32,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo delle resistenze a compressione normalizzate.

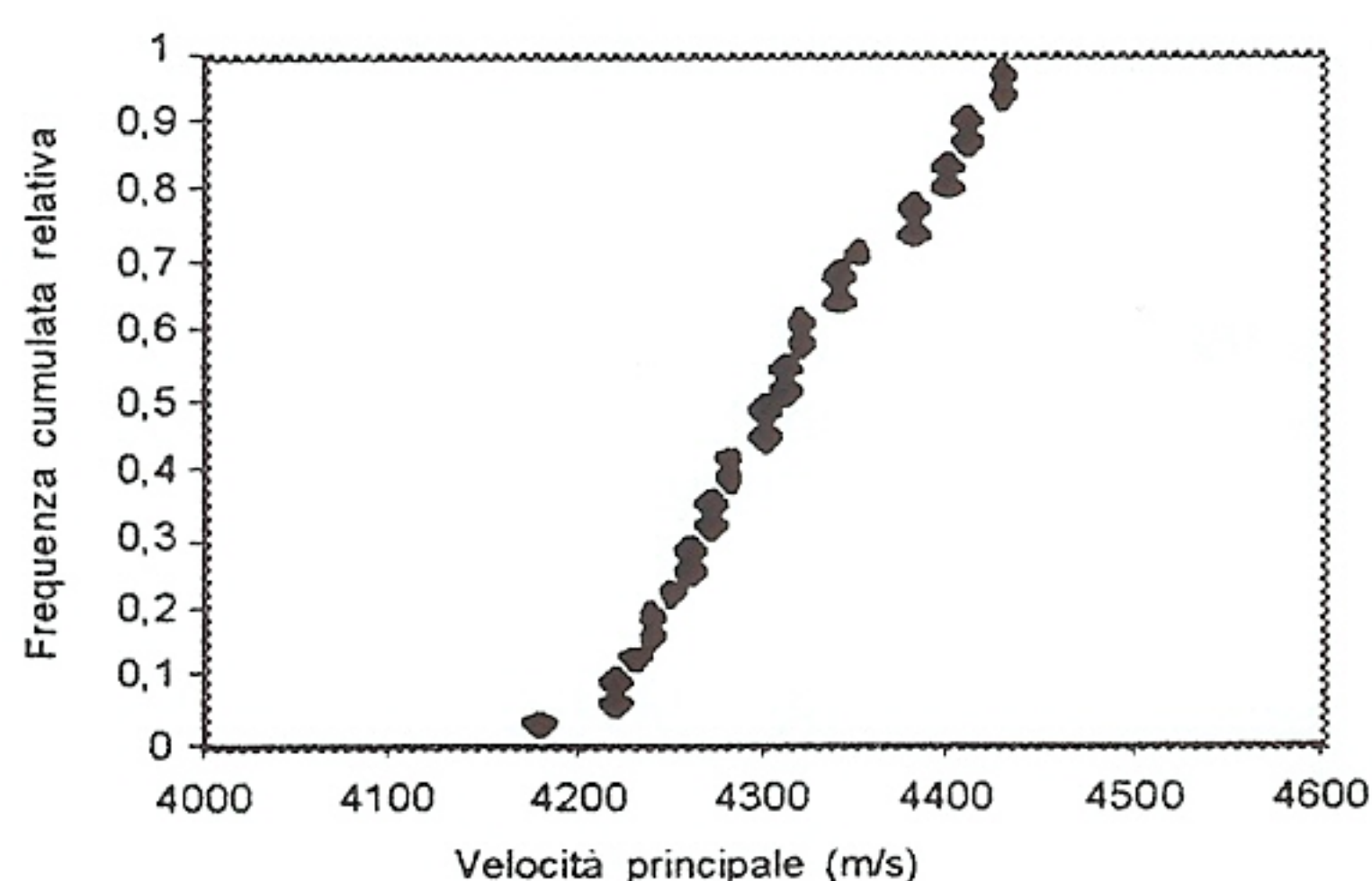


Figura 2. Malta tipo M1(A) con cemento AF 32,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo della velocità principale degli impulsi ultrasonici.

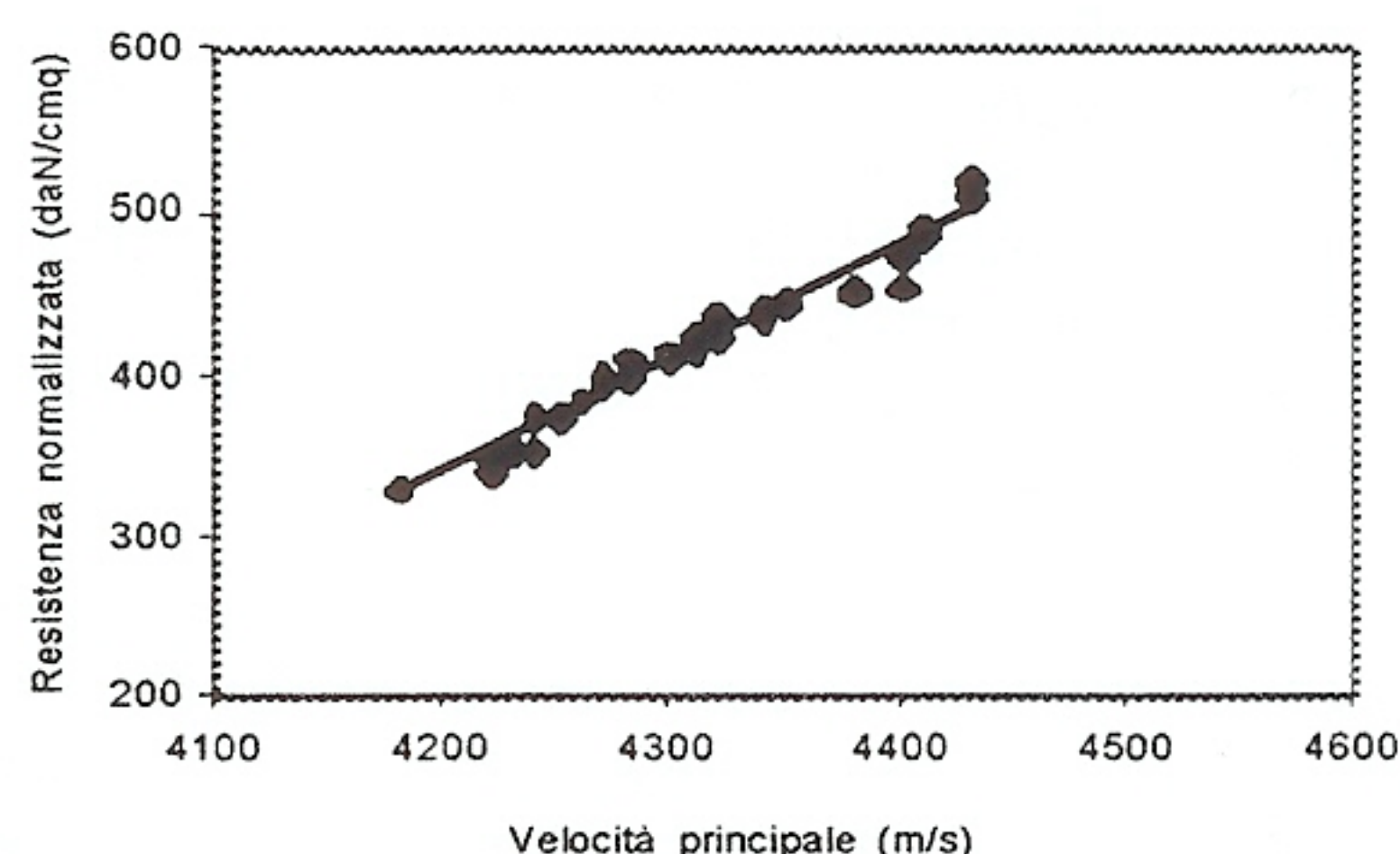


Figura 4. Malta tipo M1(A) con cemento AF 32,5 maturata 28 giorni. Valori dei dati ordinati con lo stesso valore di frequenza cumulata relativa e corrispondente linea di tendenza.

sono riportati i valori stimati della media, della deviazione standard, del coefficiente di variazione inteso come rapporto percentuale tra la deviazione standard e la media dei valori caratteristici o frattili di ordine 0,05 di V_p ed R_c , ed infine dei valori di massimo e di minimo la cui differenza indica l'ampiezza dei rispettivi campioni estratti dalle popolazioni di appartenenza.

Circa le modalità di determinazione dei valori caratteristici di ordine 0,05 relativi alla velocità principale degli impulsi ultrasonici $V_{p(0,05)}$ e alla resistenza a compressione normalizzata $R_{c(0,05)}$ dei quattro campioni statistici, estratti dalle rispettive popolazioni ipotizzate distribuite normalmente e descrittive compiutamente le singole proprietà in esame delle tipologie delle malte M1(A), M1(B), M1(C), M1(D), conviene ricordare sinteticamente le proprietà della distribuzione normale standardizzata (6).

E' noto che la sostituzione con la variabile adimensionale

$$u = (x - \mu(x)) / \rho(x) \quad (3.1)$$

la quale prende il nome di variabile ridotta u e gode della proprietà di essere funzione crescente della variabile originaria x , (per le finalità del presente lavoro x può assumere il significato di variabile casuale indipendente R_c o V_p del rispettivo campione che si sta analizzando, mentre $\mu(x)$ ed $\rho(x)$ rappresentano rispettivamente la media e lo scarto quadratico medio della distribuzione normale originaria considerata) trasforma una generica distribuzione normale, rappresentata tramite la funzione di probabilità $P(x)$ e di densità di probabilità $p(x)$ nella distribuzione normale standardizzata, rappresentata dalla funzione di probabilità $Q(u)$ caratterizzata, come si può facilmente verificare, richiamando le espressioni

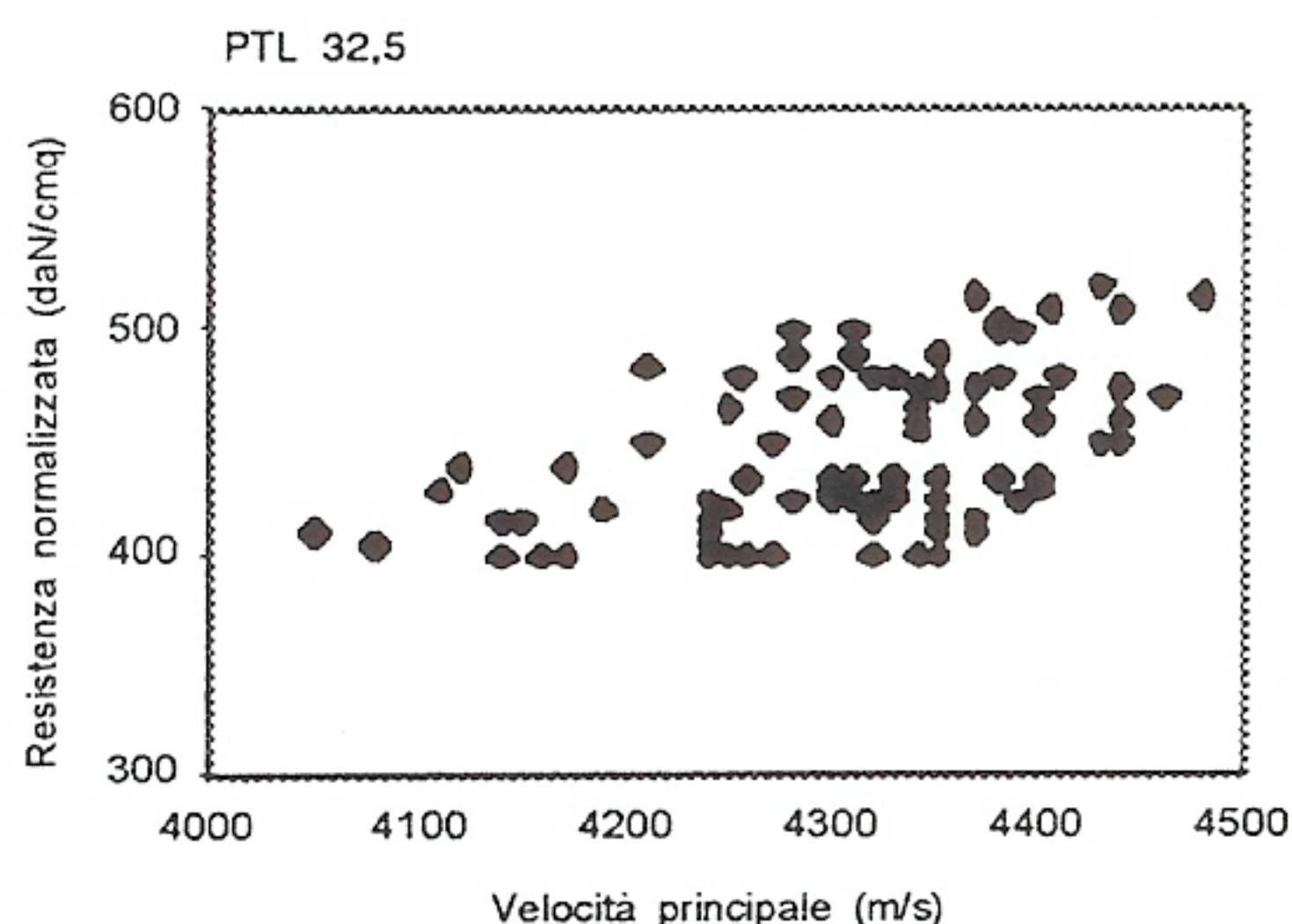


Figura 5. Malta tipo M1(B) con cemento PTL32,5 maturata 28 giorni in acqua. Diagramma a scatter dei punti originari (V_i, R_{ci}) ottenuti dai provini testati

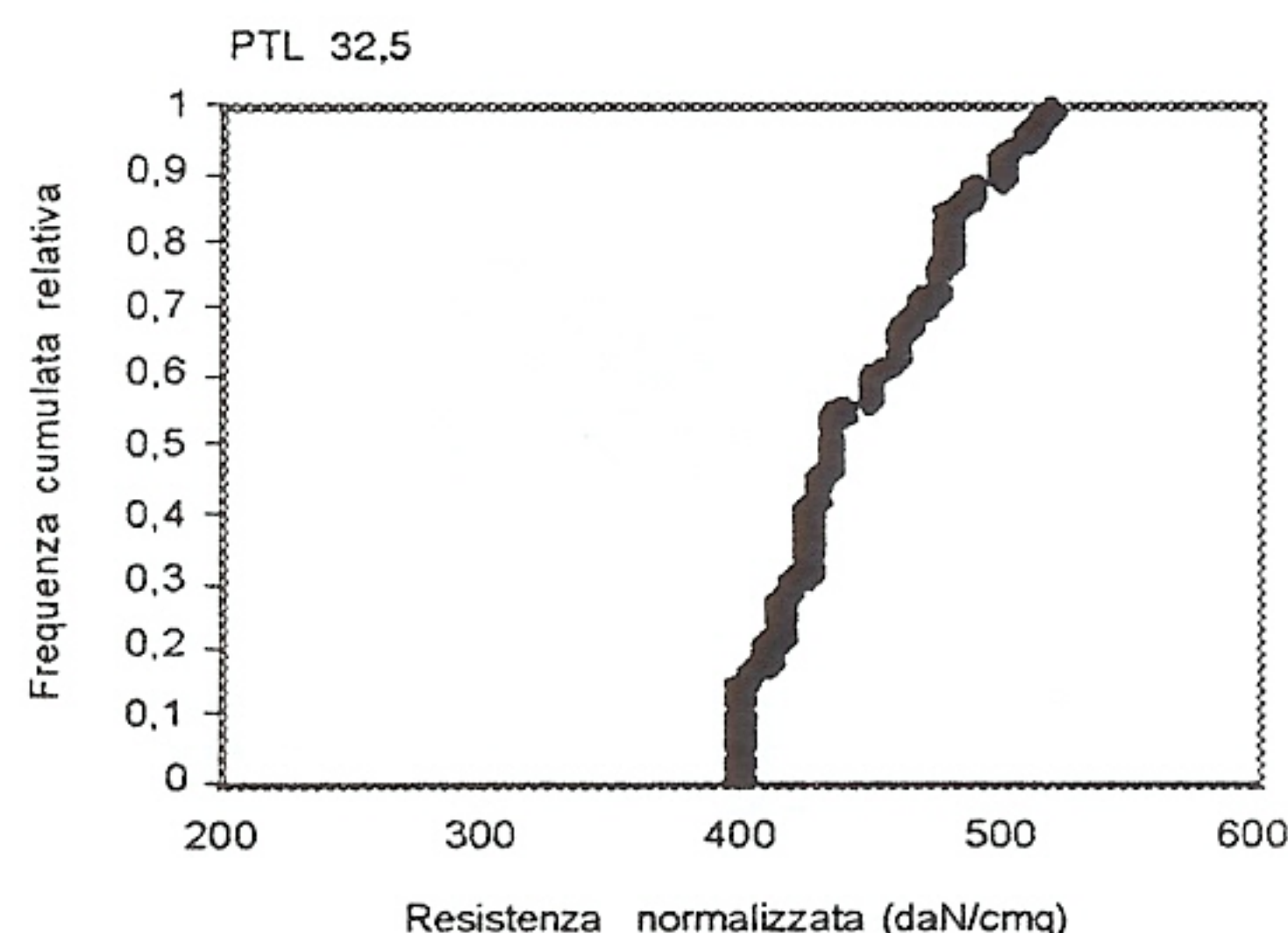


Figura 7. Malta tipo M1(B) con cemento PTL32,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo delle resistenze a compressione normalizzate.

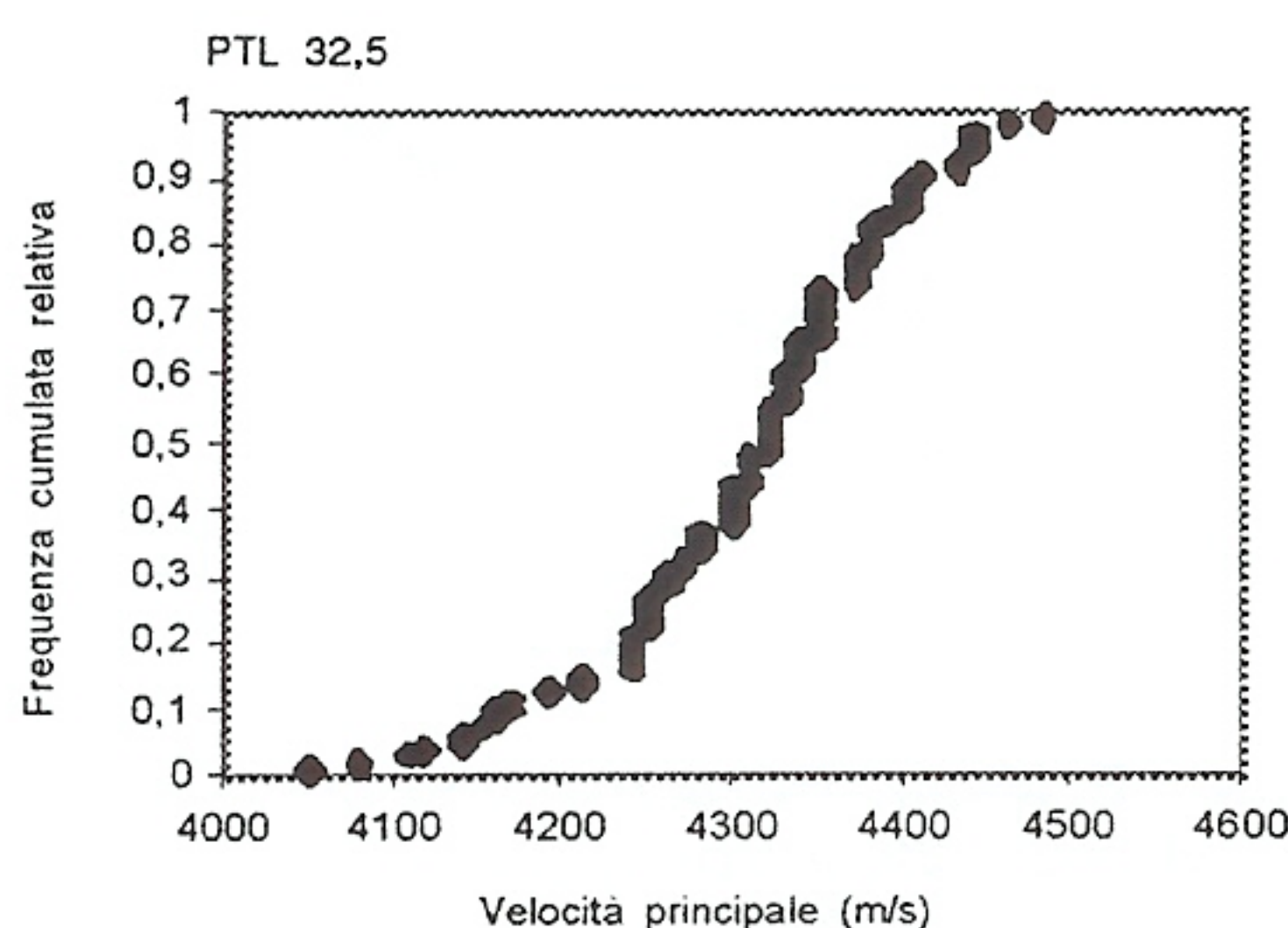


Figura 6. Malta tipo M1(B) con cemento PTL 32,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo della velocità principale degli impulsi ultrasonici.

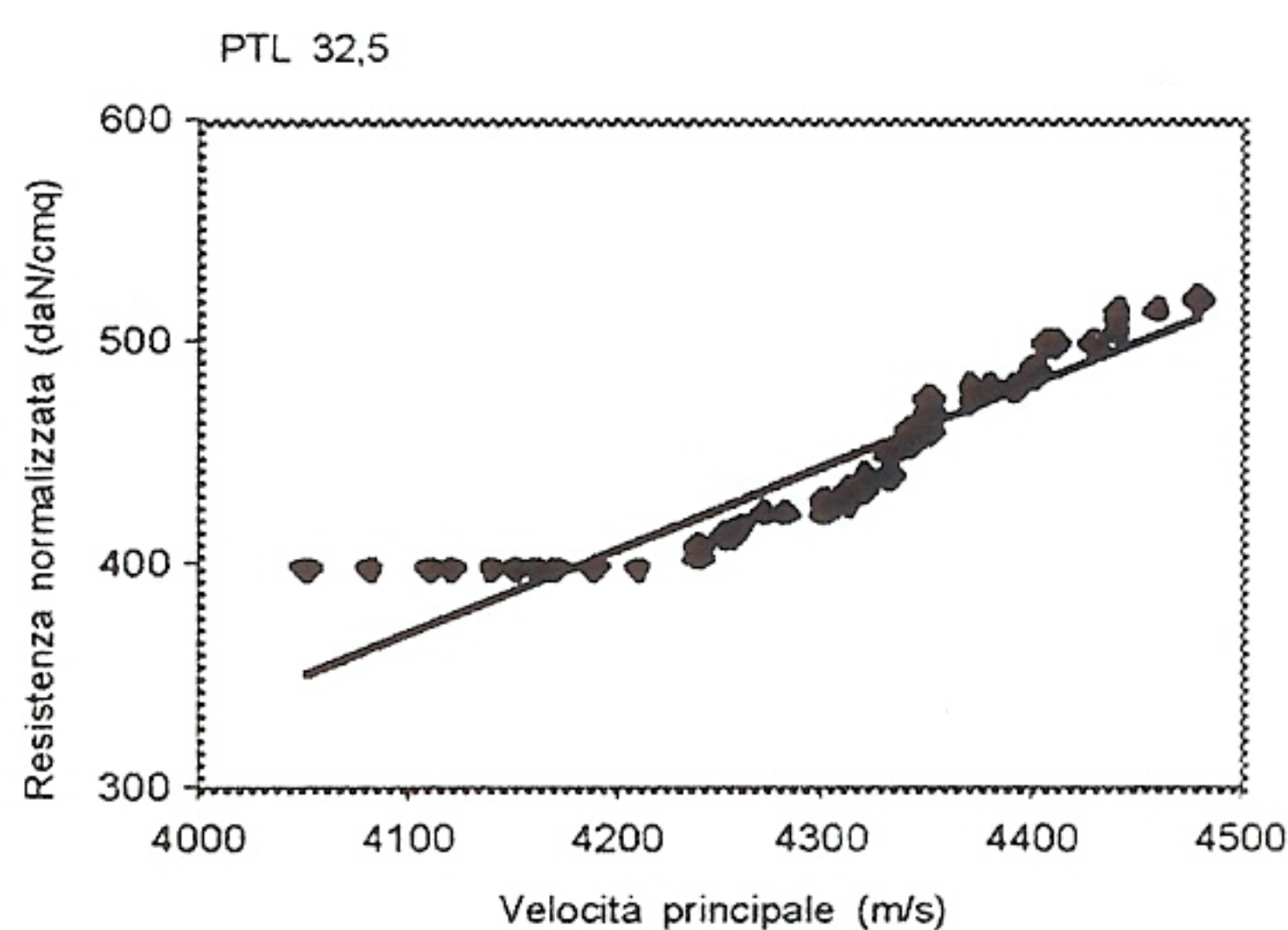


Figura 8. Malta tipo M1(B) con cemento PTL 32,5 maturata 28 giorni. Valori dei dati ordinati con lo stesso valore di frequenza cumulata e corrispondente linea di tendenza.

canoniche della funzione densità di probabilità $p(x)$ e della funzione di probabilità $P(x)$ originarie, dall' avere valor medio $\mu(u)=0$ e scarto quadratico medio $\rho(u) = 1$.

Dette dunque $Q(u)$ e $q(u)$ rispettivamente le funzioni di probabilità e di densità di probabilità della distribuzione normale standardizzata si può dimostrare che risultano soddisfatte le seguenti proprietà:

$$Q(u) = P(x) \quad (3.2)$$

$$q(u) = p(x) \rho(x) \quad (3.3)$$

ed inoltre dalla (3.1) si ricava:

$$x = u \rho(x) + \mu(x) \quad (3.4)$$

Ora quando si vuol determinare un certo valore della variabile casuale x (nel presente

lavoro x è sostituita di volta in volta dalle variabili casuali R_c o da V_p che descrivono compiutamente le grandezze in studio delle rispettive popolazioni M1(A), M1(B), M1(C), M1(D)) relativa ad una assegnata probabilità $P(x)$, (valore caratteristico di ordine 0,05 dove nella analisi seguente $P(x) = 0,05$) variabile che si suppone distribuita normalmente con media $\mu(x)$ e scarto quadratico medio $\rho(x)$, stimati questi parametri con il criterio statistico dei momenti, essendo per la nota proprietà della funzione di probabilità $Q(u)$ della distribuzione normale standardizzata ($P(x) = Q(u)$), basterà leggere, sulle apposite tavole di tabulazione della funzione di probabilità $Q(u)$ della distribuzione normale standardizzata, il corrispondente valore della u che soddisfa la relazione 3.2 (per $Q(u) = 0,05$ risulta $u = -1,64521$) e quindi calcolare i frattili delle rispettive funzioni di

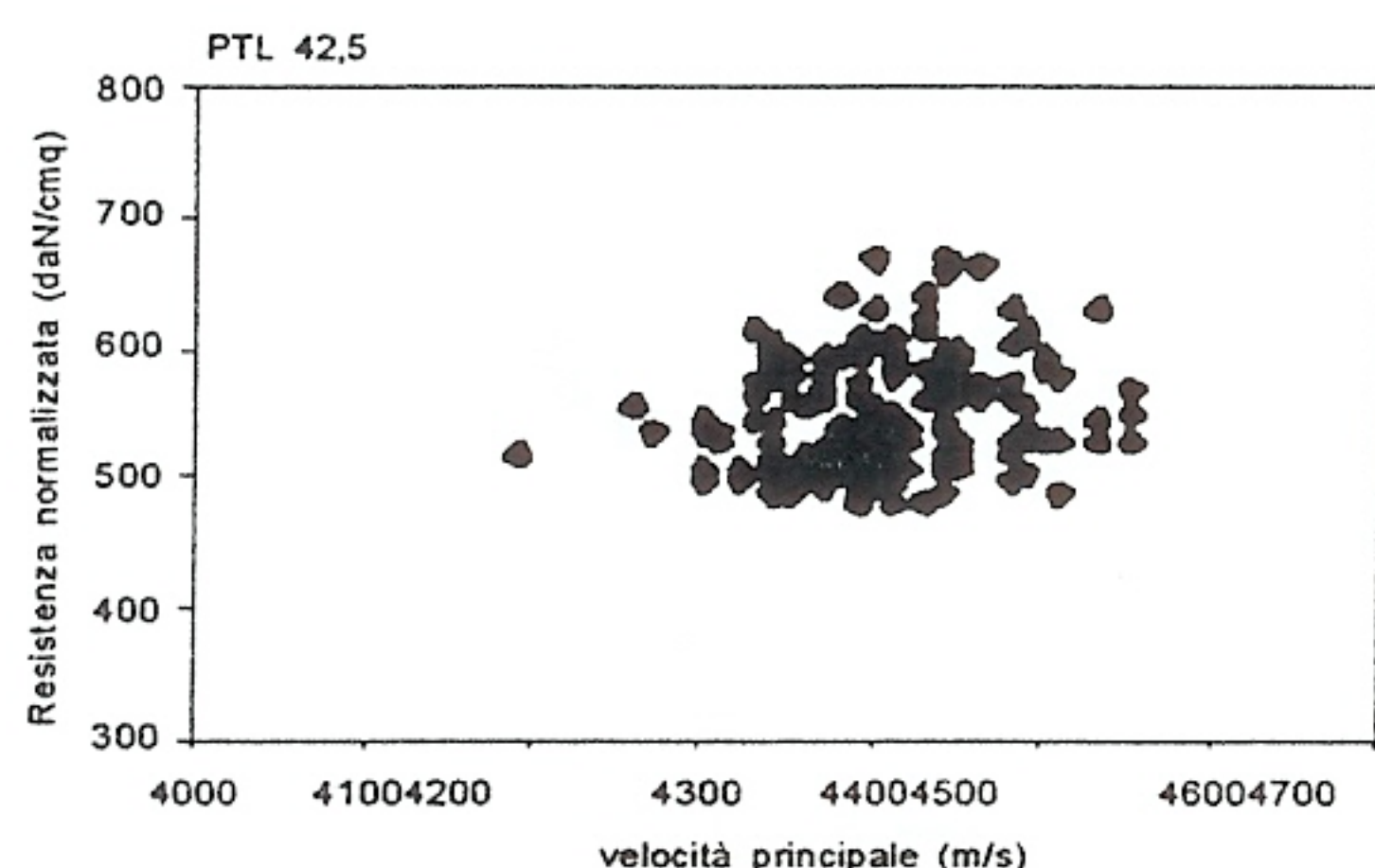


Figura 9. Malta tipo M1(C) con cemento PTL 42,5 maturata 28 giorni in acqua. Diagramma a scatter dei punti originari (V_i, R_{ci}) ottenuti dai provini testati.

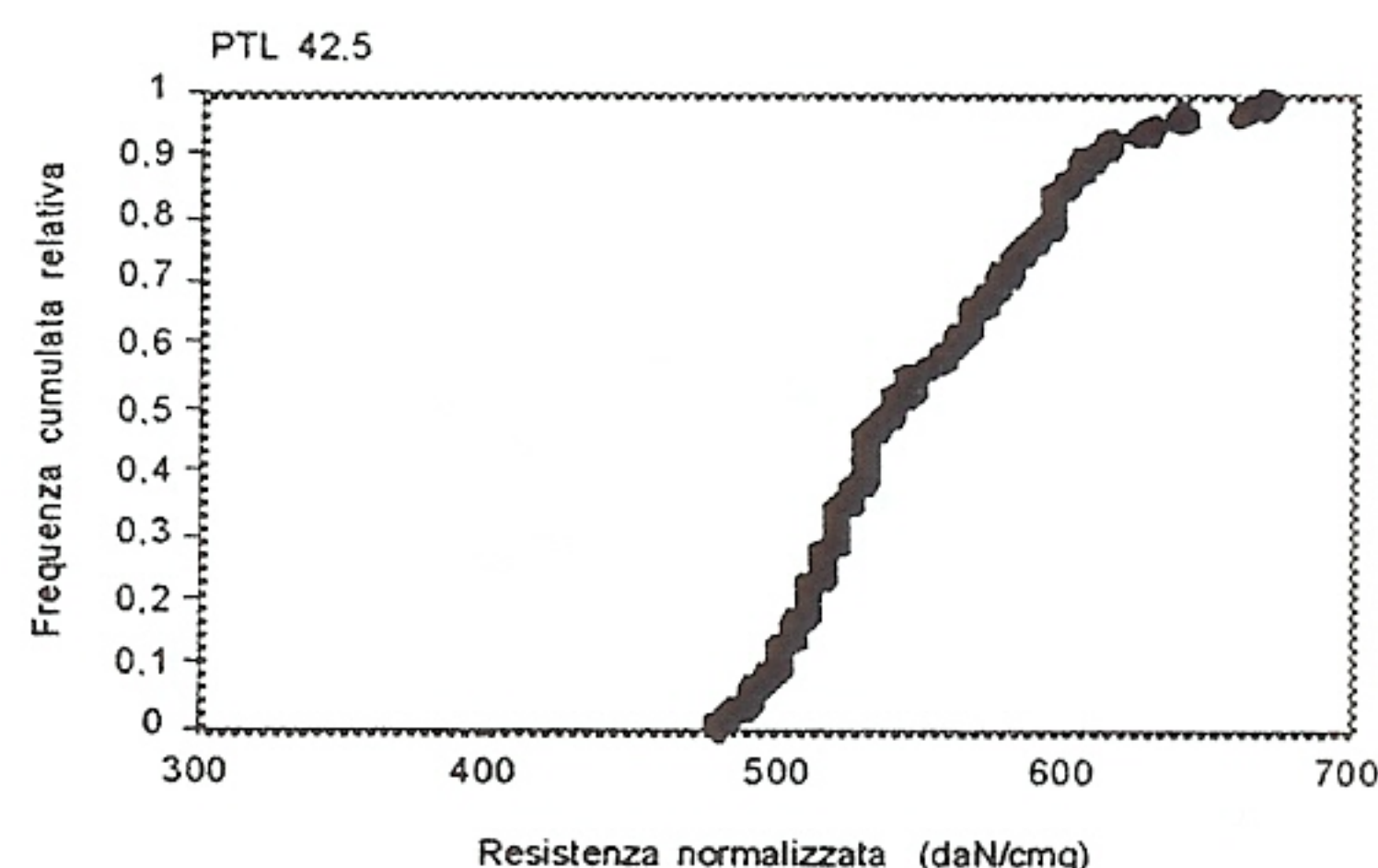


Figura 11. Malta tipo M1(C) con cemento PTL 42,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo delle resistenze a compressione normalizzate.

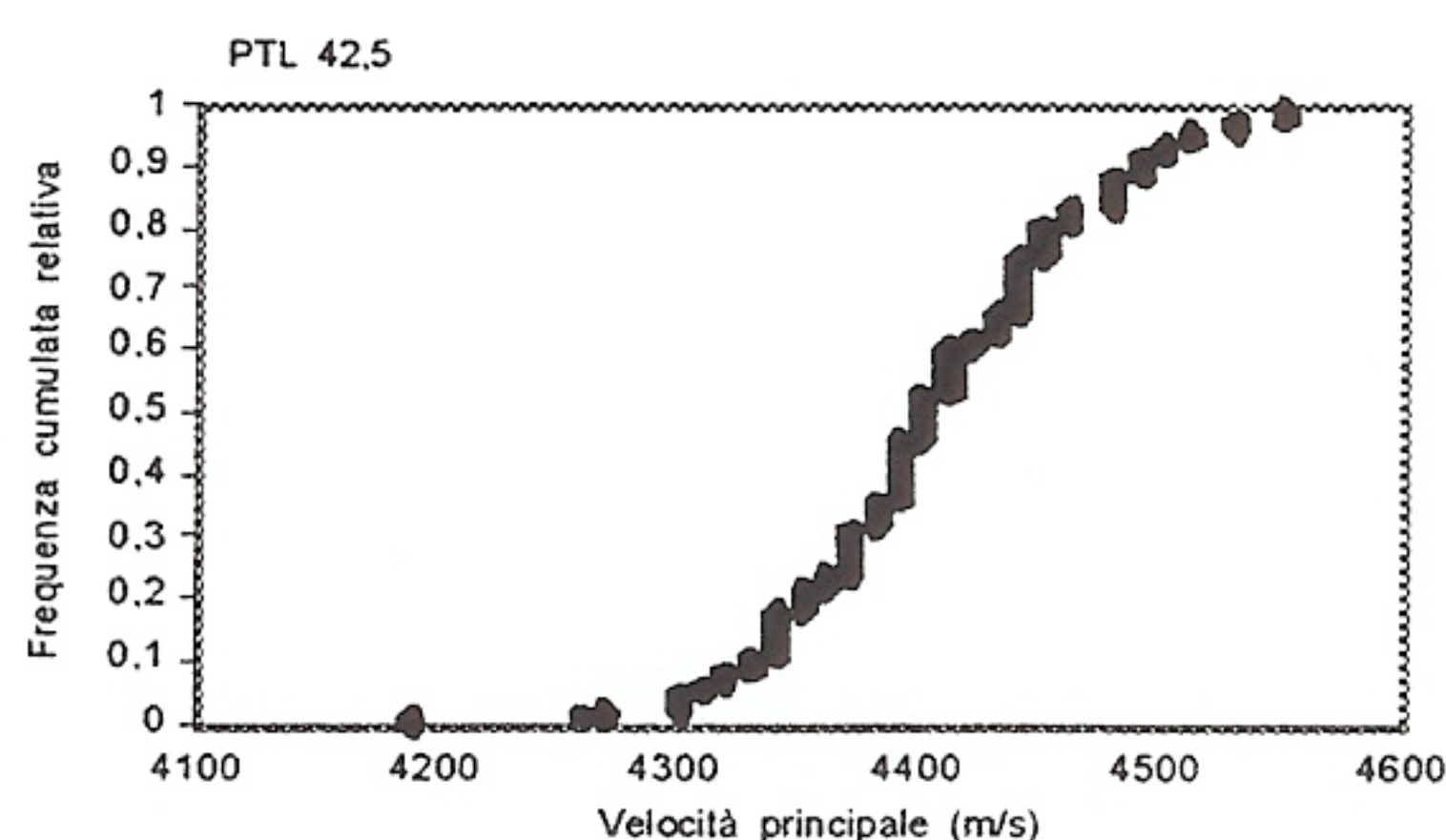


Figura 10. Malta tipo M1(C) con cemento PTL 42,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo della velocità principale degli impulsi ultrasonici.

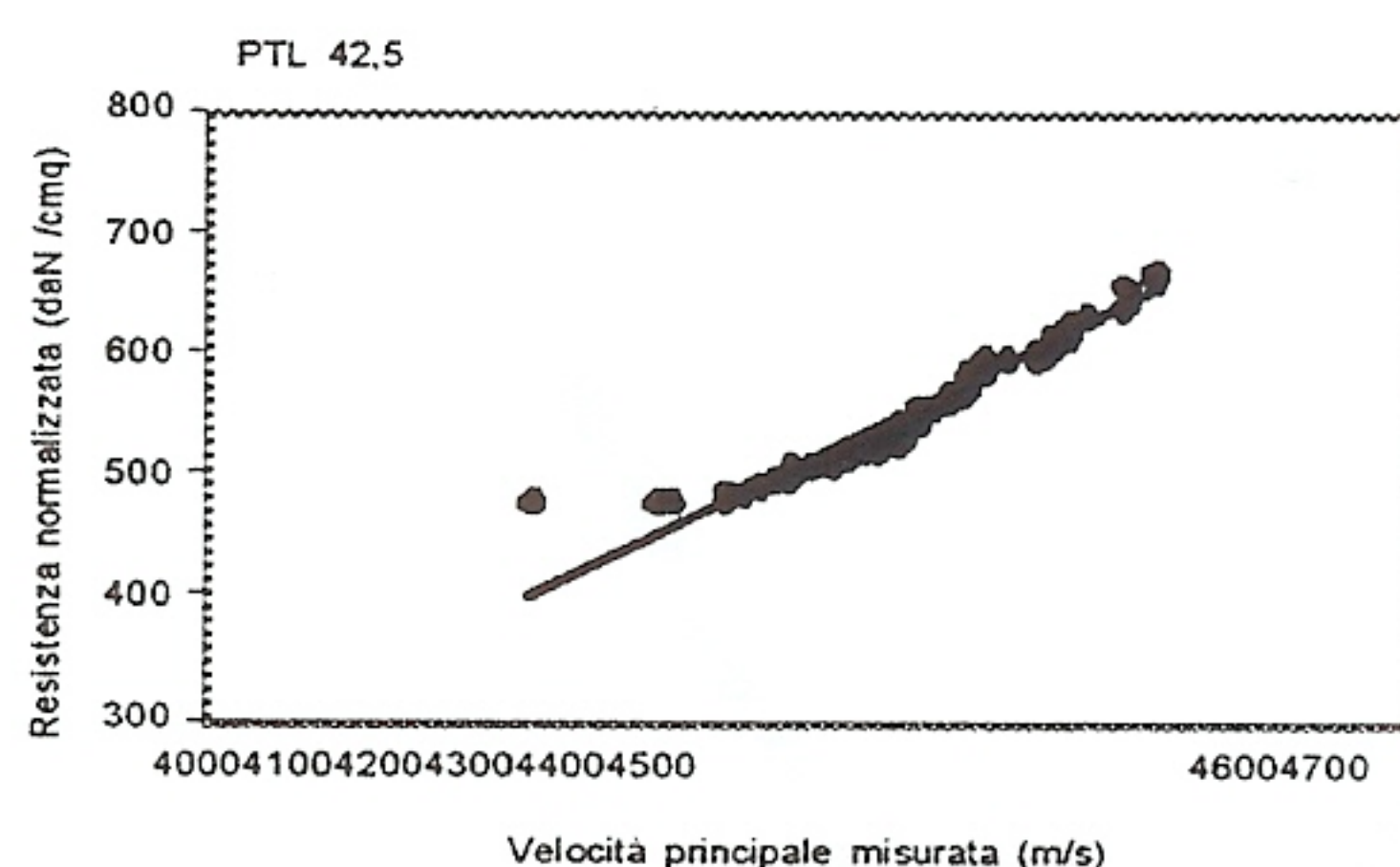


Figura 12. Malta tipo M1(C) con cemento PTL 42,5 maturata 28 giorni. Valori dei dati ordinati con lo stesso valore di frequenza cumulata relativa e corrispondente linea di tendenza.

probabilità $P_i(x)$ sostituendo, di volta in volta sul campione statistico, i corrispondenti valori della media e dello scarto quadratico medio nella relazione di riferimento 3.4.

Per i quattro campioni formati dalle rispettive serie di valori della velocità principale di propagazione riassunti in tabella 1 abbiamo:

- M1(A) $V_{p(0,05)} = -1,64521 \times 69,84 + 4311 = 4196 \text{ m/s}$
- M1(B) $V_{p(0,05)} = -1,64521 \times 88,56 + 4305 = 4159 \text{ m/s}$
- M1(C) $V_{p(0,05)} = -1,64521 \times 62,17 + 4405 = 4303 \text{ m/s}$
- M1(D) $V_{p(0,05)} = -1,64521 \times 71,50 + 4408 = 4290 \text{ m/s}$

valori caratteristici riportati nella sopraindicata tabella; operando in modo simile sui parametri di riferimento della tabella 2, per i

valori caratteristici di ordine 0,05 della resistenza a compressione normalizzata si ottiene analogamente alle precedenti determinazioni:

- M1(A) $R_{c(0,05)} = -1,64521 \times 49,49 + 418 = 337 \text{ daN/cm}^2$
- M1(B) $R_{c(0,05)} = -1,64521 \times 35,02 + 445 = 387 \text{ daN/cm}^2$
- M1(C) $R_{c(0,05)} = -1,64521 \times 44,12 + 549 = 476 \text{ daN/cm}^2$
- M1(D) $R_{c(0,05)} = -1,64521 \times 54,81 + 647 = 557 \text{ daN/cm}^2$

Ai fini delle successive elaborazioni dei dati dei campioni, indagini condotte tramite le analisi di correlazione e di regressione sulle variabili casuali V_p e R_c , espressioni delle grandezze meccaniche velocità principale degli impulsi ultrasonici V_p e resistenza a compressione normalizzata R_c

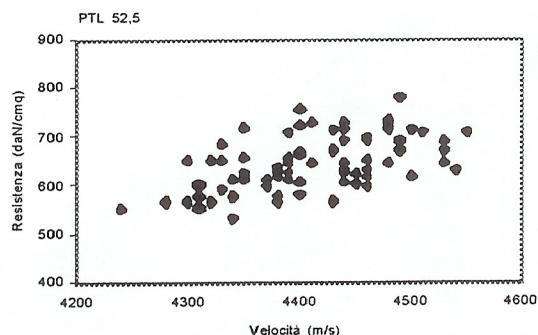


Figura 13. Malta tipo M1(D) con cemento PTL 52,5 maturata 28 giorni in acqua. Diagramma a scatter dei punti originari (V_i, R_i) ottenuti dai provini testati.

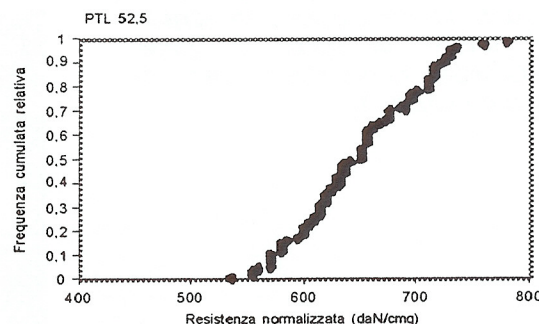


Figura 15. Malta tipo M1(D) con cemento PTL 52,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo delle resistenze a compressione normalizzate.

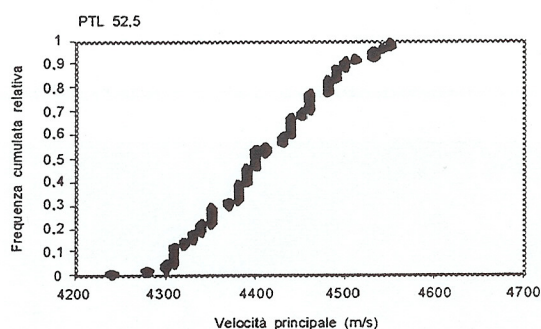


Figura 14. Malta tipo M1(D) con cemento PTL 52,5 maturata 28 giorni. Diagramma di distribuzione cumulativo della velocità principale degli impulsi ultrasonici.

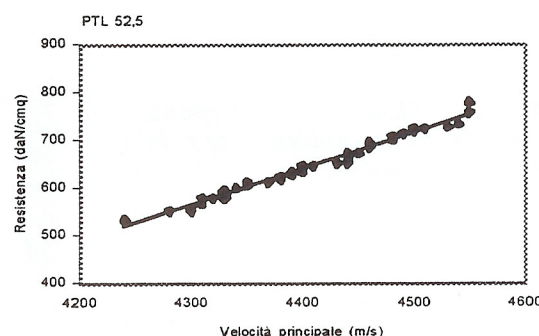


Figura 16. Malta tipo M1(D) con cemento PTL 52,5 maturata 28 giorni. Valori dei dati ordinati con lo stesso valore di frequenza cumulata e corrispondente linea di tendenza.

per le quattro malte cementizie considerate, vengo riportati nelle figure 1, 5, 9 e 13 i diagrammi a scatter dei dati osservati, rappresentazione, questa, in forma grafica dei punti sperimentali (V_p, R_c) rilevati per le grandezze meccaniche velocità e resistenza scelte per caratterizzare fisicamente i quattro campioni di malta M1(A), M1(B), M1(C), M1(D).

Per ogni singolo campione statistico, caratterizzato o dalla variabile casuale velocità di propagazione ultrasonica V_p o dalla resistenza a compressione normalizzata R_c , campione singolarmente estratto dalla propria popolazione di riferimento tramite la rilevazione dei valori V_p o R_c assunti dalla variabile casuale a cui ci si riferisce nelle prove condotte sulle quattro serie di provini confezionati con i tipi malta sopra indicati, viene riportato il rispettivo diagramma di distribuzione della frequenza cumulata relativa.

Per evidenziare graficamente quanto è stato sinteticamente indicato, le fig. 2, 6, 10 e

14 rappresentano i corrispondenti diagrammi di distribuzione della frequenza cumulata relativa per la velocità principale degli impulsi ultrasonici V_p delle quattro tipologie di malta cementizia M1(A), M1(B), M1(C), M1(D) prese in esame; mentre, per le stesse malte, nelle figure 3, 7, 11 e 15 sono riportate, per i valori campionari delle resistenze a compressione normalizzate R_c , i rispettivi diagrammi di distribuzione delle frequenze cumulate relative, dove, in ogni singola determinazione, per frequenza cumulata relativa del singolo dato del campione si definisce il rapporto tra il numero d'ordine del dato stesso, a seguito della classificazione dei dati in ordine crescente, e la corrispondente dimensione del campione aumentata di una unità.

Le curve di frequenza cumulata, ottenibili dai diagrammi indicati, rappresentano una stima approssimata delle funzioni di probabilità $P_i(V_p)$ e $P_i(R_c)$ delle variabili casuali velocità principale e resistenza a compressione normalizzata R_c delle

Foto 1. La maturazione in acqua dei provini di malta a base cementizia confezionati per la sperimentazione.

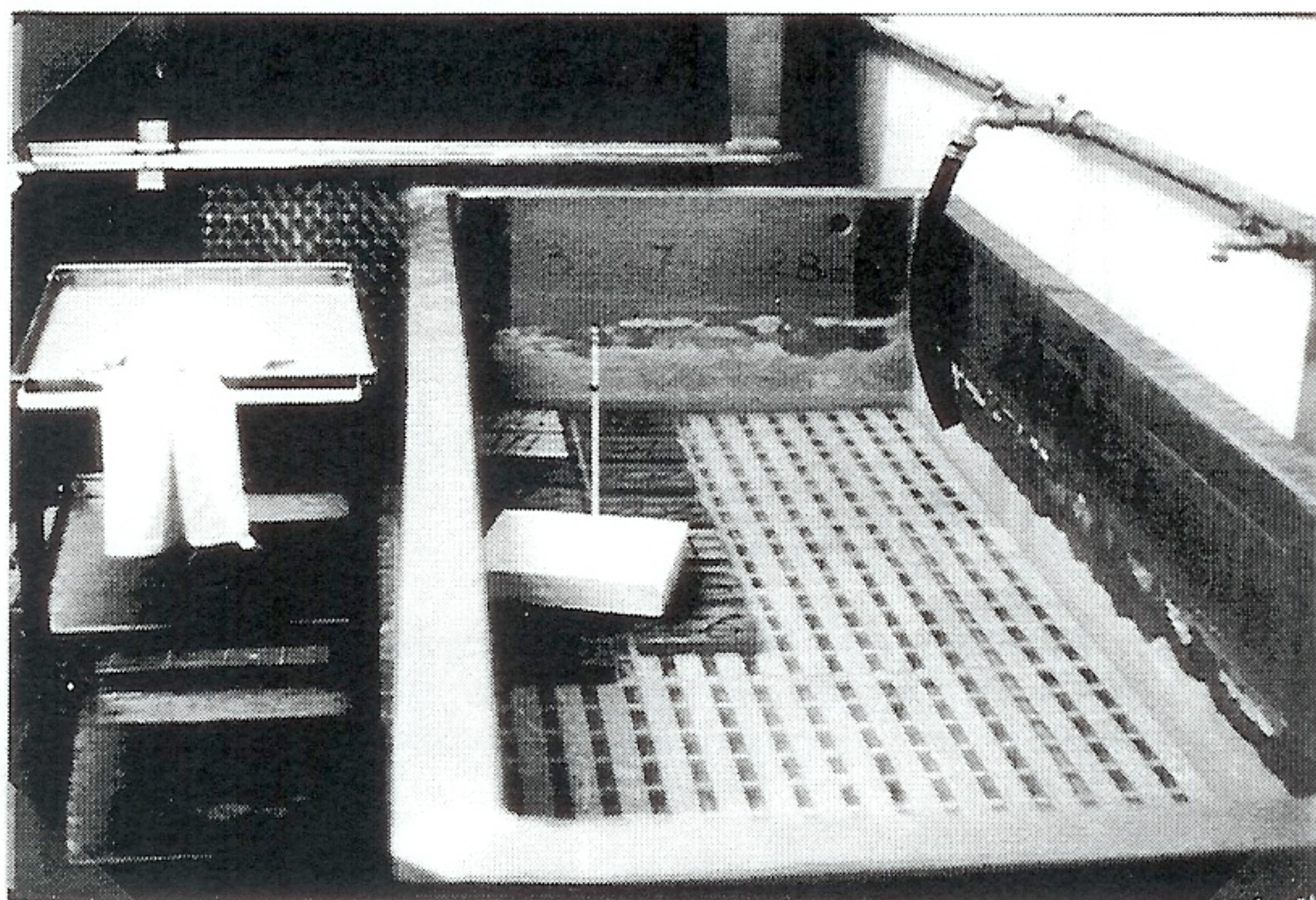


Foto 2. Attrezzatura di prova impiegata in laboratorio per le misure ultrasoniche.

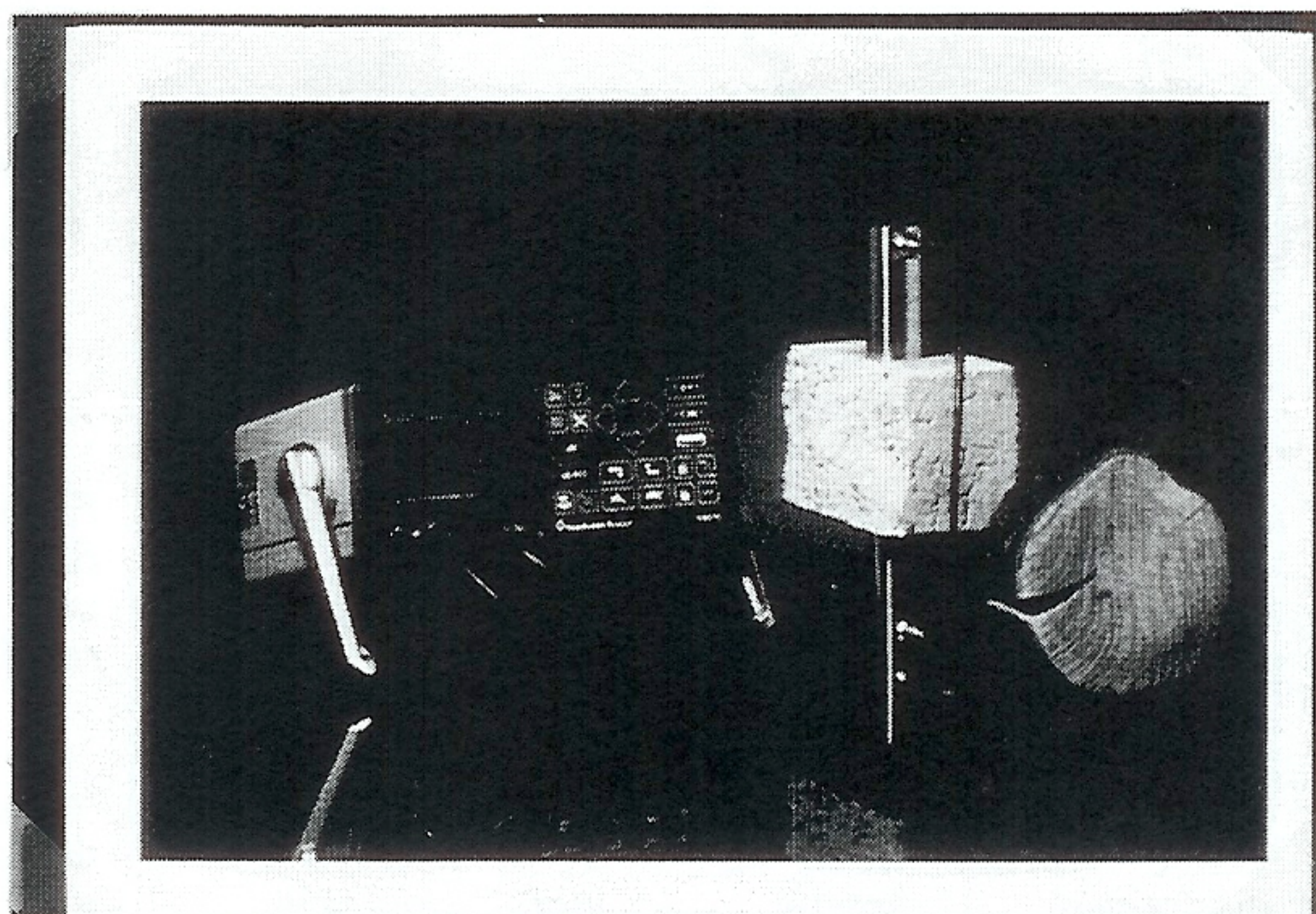
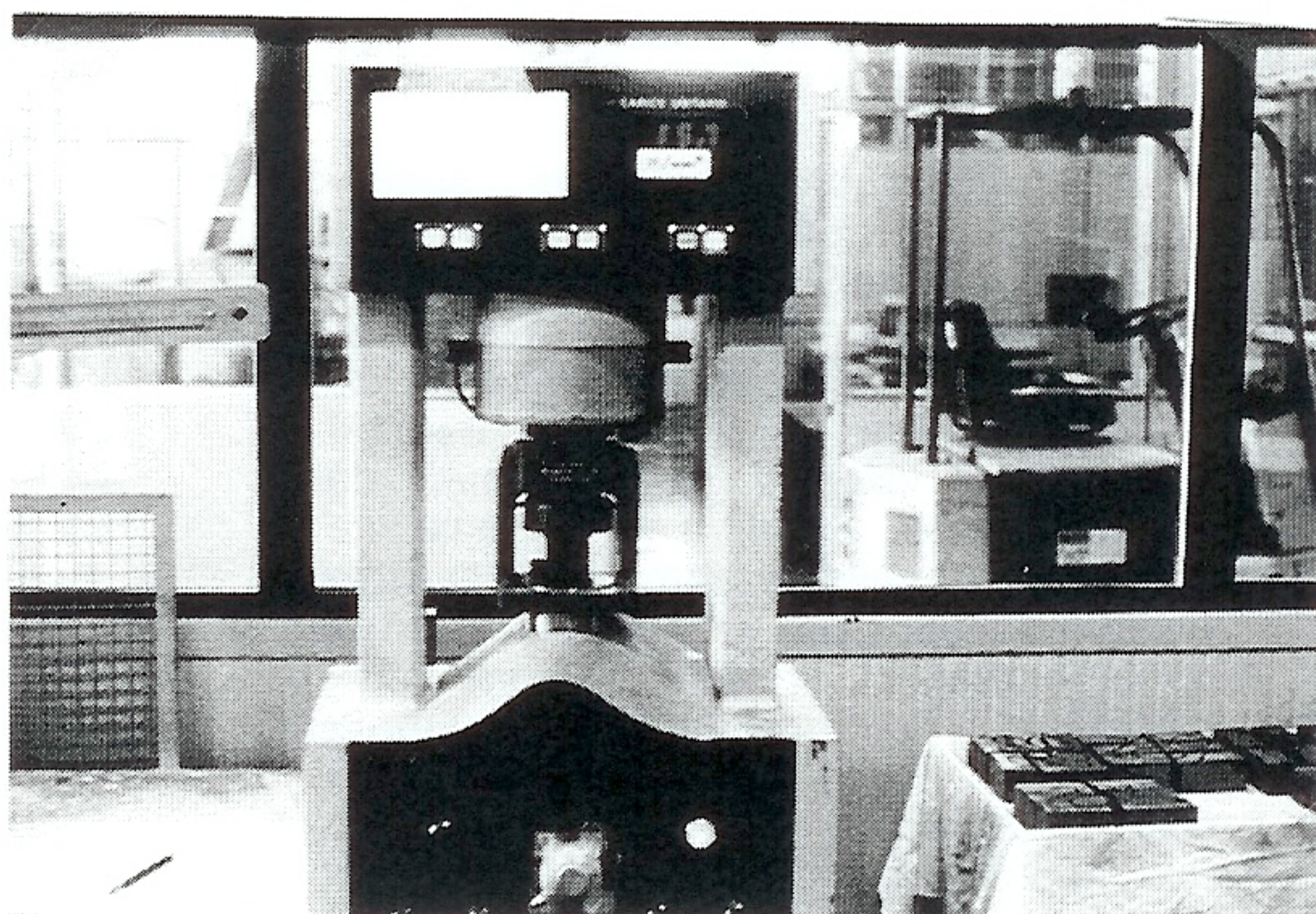


Foto 3. Attrezzatura di prova impiegata in laboratorio per le determinazioni delle resistenze normalizzate sui provini.



quattro rispettive malte cementizie di riferimento.

La rappresentazione analitica delle funzioni di probabilità (indicate a volte anche come funzioni di distribuzione) $P_i(V_p)$, $P_i(R_c)$, ora possibile, essendo stati stimati i parametri della media e dello scarto quadratico medio di ogni singola distribuzione ipotizzata normale, permetterebbe di analizzare e studiare separatamente la variabilità statistica della velocità principale V_p e della resistenza a compressione normalizzata R_c per ogni singola malta cementizia considerata nella sperimentazione; ma, esistono però anche grandezze statistiche più particolari e rappresentative, caratteristiche dell' insieme delle N coppie di valori delle variabili casuali bidimensionali (V_{pi}, R_{ci}) dei singoli campioni ottenuti dalle tipologie delle malte cementizie considerate, pertanto l' analisi si è focalizzata primariamente nella ricerca della connessione tra le due variabili casuali velocità principale, resistenza a compressione normalizzata distribuite nel piano V, R .

Se si rinuncia a costruire la statistica delle due variabili casuali resistenza a compressione R_c , velocità principale V_p ma ci si limita al calcolo e alla interpretazione del coefficiente di correlazione di Pearson:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - R) (V_i - V)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R_i - R)^2 \sum_{i=1}^n (V_i - V)^2}} \quad (3.5)$$

definito adimensionalmente come rapporto tra la covarianza ed il prodotto degli scarti quadratici medi delle due variabili casuali velocità principale e resistenza a compressione normalizzata; rapporto, variabile nell' intervallo $-1 \leq r \leq 1$, calcolato su i quattro campioni di malta originari M1(A), M1(B), M1(C), M1(D) e per i corrispondenti campioni fittizi ottenuti ordinando le coppie dei dati (V_i, R_i) aventi lo stesso valore di frequenza cumulata relativa o in altri termini di probabilità; per i campioni delle quattro malte abbiamo:

Tipologia delle malte	M1(A)	M1(B)	M1(C)	M1(D)
$r_{Originario}$	0,0509	0,5109	0,1820	0,5343
$r_{fittizio}$	0,9817	0,9261	0,9704	0,9907

ora è possibile fare le seguenti considerazioni sui risultati raggiunti; atteso il significato del coefficiente di correlazione lineare di Pearson

il quale si può ritenere una misura della linearità del legame fra le variabili velocità principale e resistenza a compressione normalizzata (rigorosamente lineare per $r = \pm 1$, assenza di correlazione per $r = 0$) e del significato di correlazione diretta positiva per $r > 0$, si traggono i seguenti primi risultati qualitativi:

- per tutti i campioni esaminati, la correlazione esistente tra la velocità principale V_p e la resistenza a compressione normalizzata è di tipo positivo o diretto ($r > 0$), questa constatazione implica che statisticamente all' aumentare della velocità principale aumenti la resistenza a compressione normalizzata,
- il legame delle coppie (V_i, R_i) dei valori delle variabili casuali velocità e resistenza tende alla linearità ($r=1$) se, operando su campioni fittizi, si ordinano i dati di velocità e di resistenza a compressione normalizzata in ordine crescente con lo stesso valore della rispettiva funzione di probabilità ($P(V_p) = P(R_c)$).

I risultati qualitativi cui le precedenti considerazioni fanno riferimento ci inducono a compiere una ulteriore analisi statistica per la ricerca delle relazioni funzionali tra le due variabili velocità e resistenza, analisi che si evince con lo studio della regressione operando sui dati raccolti dai quattro campioni di malta cementizia esaminati.

Il metodo della regressione è impiegato nelle distribuzioni a due dimensioni quando interessa non tanto adattare alle osservazioni una legge probabilistica ma quando si vuole più espressivamente determinare in modo semplice e pratico un legame statistico tra le due variabili casuali velocità e resistenza a compressione.

Per l' applicazione del metodo, è prioritariamente necessario scegliere delle curve che si adattino bene ai dati di ognuno dei quattro campioni fittizi scelti in ragione del significato probabilistico di probabilità composta insito nell' ordinamento di questi rappresentativi campioni.

Stabilito quale delle due variabili assumerà nel legame funzionale empirico il ruolo di variabile indipendente e quale quello di variabile dipendente o in termini equivalenti il tipo di regressione da adottare (R su V) , il metodo implica a priori la scelta del tipo di curve di regressione da adottare, quelle da noi scelte sono del tipo:

$$\text{lineare } R = C_0 + C_1 V \quad (3.6)$$

$$\text{potenza } R = C_2 V^{C_3} \quad (3.7)$$

dove R e V sono rispettivamente la resistenza a compressione normalizzata e la velocità principale, mentre i singoli coefficienti C_0, C_1, C_2, C_3 delle rispettive curve rappresentative delle caratteristiche meccaniche delle malte considerate sono da determinarsi singolarmente per ogni curva di regressione minimizzando la somma:

$$S = \sum (R_i - R_{is})^2 \quad (3.6)$$

dei quadrati degli scarti tra i valori rilevati della variabile resistenza a compressione normalizzata R_i e i corrispondenti valori R_{is} che, a parità di valore della velocità principale V, si leggono sulla curva di regressione.

I risultati di tale analisi sono sinteticamente riassunti in tabella 3, dove, per ogni campione statistico delle malte studiate, ordinato con N coppie di valori (R_i, V_i) , valori che assumono la medesima frequenza cumulata relativa, si sono riportate le espressioni analitiche delle curve di regressione $R=f(V)$ scelte per descrivere la dipendenza funzionale della resistenza a compressione dalla velocità ultrasonica nelle diverse malte prese in considerazione.

Tipo di Malta	Tipo di curva di regressione lineare/potenza	R^2
M1(A)	$R = -2580,8 + 0,69562V$	0,964
	$R = 3,144 e^{-24} V^{7,1868}$	0,961
M1(B)	$R = -1132,3 + 0,36632V$	0,858
	$R = 9,0978 e^{-11} V^{3,4915}$	0,862
M1(C)	$R = -2484,4 + 0,68870V$	0,942
	$R = 8,4993 e^{-18} V^{5,4362}$	0,948
M1(D)	$R = -2700,0 + 0,775937V$	0,981
	$R = 8,9712 e^{-12} V^{5,1745}$	0,983

Tabella 3. Riepilogo delle espressioni analitiche $R=f(V)$ ottenute dalla analisi di regressione condotta sui quattro campioni di malta.

Nelle figure 4, 8, 12 e 16 sono rappresentati graficamente gli andamenti delle linee di regressione lineare descritte analiticamente in tabella 3; è da notare l'ottimo adattamento delle linee ai dati dei differenti campioni rappresentativi delle diverse tipologie di malte cementizie studiate; risultato, questo, confermato anche dai valori del coefficiente di determinazione R^2 prossimo alla unità, espressione quadratica

del coefficiente di correlazione r_i , coefficienti, questi, indicati in tabella 3.

4. CONCLUSIONI

Da quanto detto si evidenzia che l'indagine ultrasonica congiunta alla analisi statistica si propone come metodo di controllo non distruttivo applicabile alle malte cementizie per la misura della capacità di resistenza delle stesse malte.

L'interesse del metodo non risiede soltanto nella possibilità di previsione della resistenza a compressione, quando si sia tracciata la curva di taratura specifica della malta analizzata, ma anche e soprattutto nella possibilità che la metodica offre di valutare il grado di maturazione nel tempo delle malte stesse, valore misurabile con l'incremento della velocità di propagazione rilevabile sui provini di malta.

Ringraziamenti

L'autore desidera rivolgere un particolare ringraziamento a tutto il personale del Servizio Cementi dell'Icrite che con il proprio impegno e la insostituibile collaborazione fornita ha contribuito alla realizzazione del presente lavoro.

5. BIBLIOGRAFIA

1. **Rayleigh. J. W.**, "Theory of Sound", Dover Publications, New York, 1945.
2. **Poincaré H.**, "Lezioni sulla teoria dell'elasticità", traduzione italiana del testo originale del 1892, ITEC editrice, 1981.
3. **Timoshenko. S.**, "Vibrations of bars of uniform cross section", Philosophical Magazine, Series 6, V,43 1922, pp.125-131.
4. **Landau L. Lifshits E.**, "Teoria della elasticità", Editori Riuniti, 1979, pp. 126-151.
5. **ASTM C 597 -83**, "Standard Test Method for Pulse Velocity Through Concrete", Reapproved 1991.
6. **Brownlee K.**, "Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering" J.Wiley P., 1965, pp. 63-67.